Fordítsuk meg a játékot! Eddig ugyanis könnyű volt megállapítani, hogy melyik szó első szótagját kell a legnagyobb hangerővel mondani, mert a kérdés segítette a tanulókat. Most a kész mondatok alapján kell meghallaniok, hogy a beszélő mikor mit kívánt hangsúlyozni.

A hangsúlyhelyek tudatos variálását mint gyakorlási módot a módszertani szakirodalom is ajánlja. (Lásd Zsolnai József, 1978: Beszédművelés kisiskolás korban. Tankönyvkiadó Bp., 192. l. – bibliográfia.) Kerüljük azonban a mechanikus megoldásokat, ahol a hangsúlyhelyek variálása a szórend változtatása nélkül történnék:

Kati *me*sét olvas.
*Ka*ti mesét olvas.

A második mondat hangsúlyozása így nem helyes, mivel ha nem az állítmány előtt áll, az alany nem lehet főhangsúlyos.

Helyesen: *Ka*ti olvas mesét. vagy Mesét *Ka*ti olvas.

A hansúlyvariációs gyakorlatok során kezdetben még jelöljük meg a szakasz- és főhangsúlyos helyeket! Például:

A kiinduló nyomatéktalan (szakaszhangsúlyos) mondatunk az alábbi:

*An*csi a *lec*két *el*vitte *Pe*tinek.

Mikor mi lesz a lényeg, amit a beszélő kiemel? Mit hangsúlyozunk legerősebben?

A leckét A n csi vitte el Petinek.
Ancsi a l e c két vitte el Petinek.
Ancsi P e tinek vitte el a leckét.

Figyeltessük meg, hova került mindig az a szó, amelyet a legerősebben akartunk hangsúlyozni! Kerestessük meg a tanulókkal, hogy melyik mondat milyen kommunikációs helyzetben hangozhatott el! (Pl.: Azt hangsúlyozom, hogy *An*csi vitte el a leckét, nem pedig Jóska.)

Azt, hogy n y o m a t é k o s mondat, n y o m a t é k t a l a n (főhangsúly nélküli) mondat, még sokára tanulják meg tanítványaink. Ismert szövegek értelemnek megfelelő hangsúlyozása azonban már ebben az életkorban is követelmény. Tehát az előbbiekben bemutatott alapformákban minél előbb meg kell figyeltetnünk és gyakoroltatnunk a hangerő differenciált alkalmazását. A helyes hangsúlyozás fejlesztésére a tankönyv többi fejezetének anyaga is alkalmas, csak ne feledkezzünk el a folyamatos gyakorlásról.

A hansúlyváltozással szorosan összefügg a h a n g l e j t é s változása is. Ezzel az *Útmutató* az egyes mondatfajták bemutatásakor részletesen foglalkozik.

KISS SÁNDOR
Nyíregyháza

A kombinatorika tanításának néhány problémája alsó tagozaton

Írásomban az új matematika tanterv egyik problémakörének néhány kérdésével foglalkozom, amellyel a témakör tudatosabb tanításához szeretnék hozzájárulni. Megvizsgáljuk az alsó tagozatos kombinatorikai anyag szerkezetét, a megoldások lejegyzési módjait, a tantervi követelményeket, a témakörből adódó matematikai nevelési lehetőségeket.

A kombinatorikai anyag szerkezete:

A kombinatorikai anyag tudatos tanításának elengedhetetlen feltétele, hogy a nevelő ne csak próbálgatással (felsorolással) tudja megoldani a feladatot, hanem legyen képes a feladat matematikai modelljének megalkotására is (konstrukció). Így elkerülheti azt az érzést, hogy bizonytalan az adott feladat összes lehetőségeinek felsorolásában, ill. azok számában.

A kombinatorika a matematikának azon ága, amely adott elemekből elkészíthető, adott tulajdonságú lehetőségek számának meghatározásával foglalkozik. Ebből adódik, hogy a problémák kitűzésekor közvetlenül vagy közvetetten megállapíthatók legyenek a következők:

- hány adott elem van, és azok mind különbözőek-e, ill. vannak közöttük megegyezők;
- egy kombinatorikus lehetőség előállításánál szóbajöhető elemek;
- lehet-e az elemeket ismételten felhasználni;
- milyen egyéb feltételek vannak.

Az alábbiakban ismertetünk két olyan leszámlálási eljárást, amely igen sok kombinatorikai feladat megoldásában alkalmazható, főleg az alsó tagozaton szereplő feladatok esetén. Ezen két eljárás ismertetésével nem állítjuk, hogy minden feladat besorolható ide. Arra mindenesetre alkalmas, hogy meglássuk az alsós feladatokban rejlő néhány azonos vonást, s így kiemelhessük a közös matematikai gondolatokat.

1. ÖSSZEADÁSSAL MEGOLDHATÓ FELADATOK

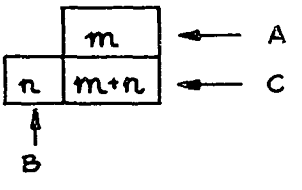
Tekintsünk először két feladatot, s keressük meg a megoldásokban levő közös matematikai gondolatot.

1. feladat. (Pascal-háromszöggel kapcsolatos probléma.)

Hányféleképpen tudod leolvasni a BUKFENC szót, ha csak jobbra és lefelé haladva olvashatsz? (4. oszt. munkalap, 3. o. 2. feladat.)

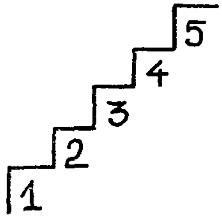
B	U	K	F
U	K	F	E
K	F	E	N
F	E	N	C

1	1	1	1
1	2	3	4
1	3	6	10
1	4	10	20



A középső ábrába beírtuk, hogy az egyes mezőkhöz hányféleképpen juthatunk el a feladat feltételei alapján. A jobb oldali ábra mutatja, hogy a C-mezőre akkor és csak akkor léphetünk be, ha előzőleg vagy az A vagy a B mezőn voltunk. Tegyük fel, hogy az A mezőre m-féleképpen, a B-re n-féleképpen léphetünk be, így a C-re $m + n$-féleképpen.

2. feladat. (Fibonacci-számokkal kapcsoltos probléma.)
Hányféleképpen mehetünk fel egy ötfokú lépcsőre, ha egyszerre egyet vagy kettőt léphetünk?
Lehetőségek:



1;2;3;4;5
1;2;4;5
1;3;4;5
2;3;4;5
2;4;5

1,2;3;5
1;3;5
2;3;5

A lehetőségek lejegyzésénél a lépcsők fokszámát írtuk le, s ezt két osztályra bontottuk. Az elsőbe tartoznak azok, amelyekben a 4-ről lépünk fel az 5-re, a másodikba azok, amelyeknél a hármasról lépünk fel az 5-re. Más lehetőség nem lehet. Ezek szerint az 5. lépcsőfokra akkor és csak akkor léphetünk fel (a követelményeket megtartva), ha vagy a 4. vagy a 3. lépcsőről lépünk fel egyetlen lépéssel. A 4 fokú lépcsőre 5-féleképpen mehetünk, a 3 fokúra 3-féleképpen. Így az 5 fokúra $5 + 3 = 8$-féleképpen.

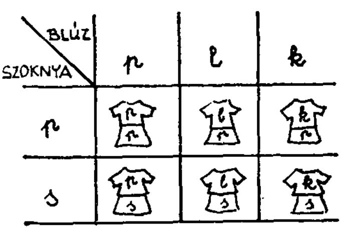
A fenti feladatok közös tartalmi jegyeit az alábbiakban jelölhetjük meg: egy bizonyos A objektumot m-féleképpen lehet kiválasztani, egy másik B objektumot n-féleképpen. Arra vagyunk kíváncsiak, hogy a „vagy A, vagy B" kiválasztás hányféleképpen lehetséges. A válasz: m+mn-féleképpen.

2. SZORZÁSSAL MEGOLDHATÓ FELADATOK

Vizsgáljunk meg néhány szorzással megoldható alsó tagozatos feladatot:

3. feladat (babaöltöztetés, Halmazok Descartes-szorzata). Egy babának 3-féle blúza, 2-féle szoknyája van. Hányféleképpen lehet felöltöztetni?
A megoldást többféleképpen is lejegyezhetjük.

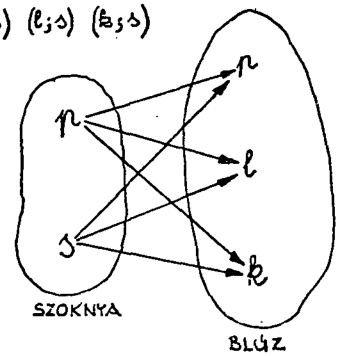
Táblázattal



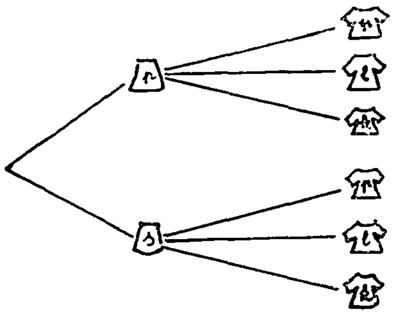
Elempárok felsorolásával:

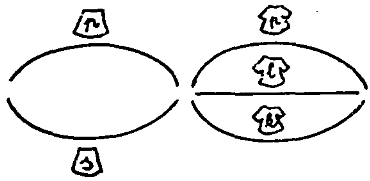
(r;r) (l;r) (k;r)
(r;s) (l;s) (k;s)

Gráffal (nyíldiagram)



Fadiagram: Útdiagram:



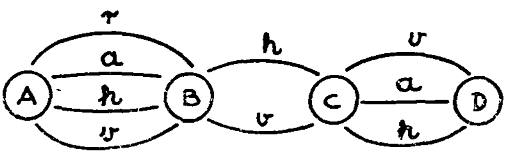


A felöltöztetés $3 \cdot 2 = 6$-féleképpen történhet.

4. feladat. (Descartes-szorzat.)

A városból B városba repülővel, autóbusszal, hajóval, vonattal juthatunk el. B-ből C-be hajóval vagy vonattal, C-ből D-be vonattal, autóbusszal, hajóval. Hányféleképpen juthatunk A-ból B-n és C-n át D-be?

Megoldás útdiagrammal:



A lehetőségek száma $4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$.

5. feladat. (Ismétlés nélküli permutáció.)

Ilyen számkártyáid vannak: |1|, |2|, |3|, |4|. Hány olyan négyjegyű számot tudsz kirakni, amelyikben mindegyik szám pontosan egyszer szerepel?

Írd ide az 1-gyel kezdődőeket! ______________________

Írd ide a 2-vel kezdődőeket! ______________________

Írd ide a 3-mal kezdődőeket! ______________________

Írd ide a 4-gyel kezdődőeket! ______________________

Számold meg, mennyit találtál összesen! ______________________

Ellenőrizd, hogy mind különböző-e?

Biztos, hogy mind megtaláltad?

(4. osztályos munkalap 10. oldal, 1. feladat.)

Bármelyik számmal kezdünk 6 lehetőségünk van, azaz összesen $6 \cdot 4 = 24$. Megjegyezzük, hogy a feladat több matematikai ismeret birtokában így oldható meg: $P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Alsó tagozaton ennek kialakítása még nem cél, persze differenciált foglalkozás keretében a legjobbakkal taníthatjuk. Számonkérni, jeggyel értékelni az ilyen többletanyagot nem lehet.

6. feladat. (Ismétlés nélküli variáció.)

Hány kétbetűs monogramot tudsz készíteni a K; L; M; N betűkből, ha egy betű csak egyszer szerepelhet egy monogramban?

Az első helyre a 4 betű bármelyike kerülhet, a másodikra a maradék 3 közül egy. Így a lehetőségek száma $4 \cdot 3 = 12$.

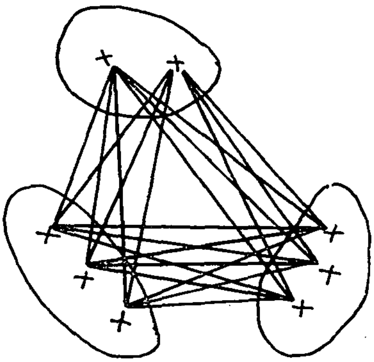
A 3–6. feladatok mindegyikében szorzással is eljuthatunk a megoldáshoz. Tapasztalatainkat az alábbiakban összegezhetjük: ha egy A objektumot m-féleképpen lehet kiválasztani, és bárhogyan is választottuk A-t, a B objektumot n-féleképpen lehet választani, akkor az (A; B) elempárt a megadott sorrendben $m \cdot n$-féleképpen választható. A fentiek általánosíthatók 2-nél több objektum kiválasztásának esetére is.

8–10 éves gyerekek meg tudnak oldani olyan feladatokat is, amelyekben szorzásra és összeadásra egyaránt szükség van. Ilyenre példa a következő:

7. feladat.

Egy társaságban 3 család jött össze szórakozni. Az első 2 tagú, a második és a harmadik 3 tagú. Találkozáskor mindenki mindenkivel kezet fogott (az egy családbeliek egymás között nem fogtak kezet). Hány kézfogás történt?

Megoldás:



A lehetőségek száma a rajzról leolvasható: $2 \cdot 3+3 \cdot 3+3 \cdot 2=21$.

KOMBINATORIKAI FELADATOK MEGOLDÁSÁNAK LEJEGYZÉSE

A matematikatanítás egyik fontos feladata, hogy fejlessze a tanulók konstruktív gondolkodását. Legyenek képesek tárgyi és szellemi konstrukciók létrehozására, a feladat adekvát matematikai modelljének megtalálására, a megoldás eszközeinek megkeresésére.

Bár 1. és 2. osztályban általában megelégszünk néhány kombinatorikus lehetőség felsorolásával, mégis törekednünk kell a megoldások áttekinthető lejegyzésére. Az osztály értelmi fejlettségi szintjétől függően verbálisan is tudatosíthatjuk a lejegyzés alapgondolatát. E téren két irányban kell nevelőhatást kifejtetnünk:

1. A megoldások leírása előtt legyen egy világos, áttekinthető rendszerük, amely következetes végigvitelével minden lehetőséget le tudnak írni. Ez teszi lehetővé, hogy ne maradjon ki lehetőség, másrészt egy lehetőséget ne írjanak le többször is.

2. Legyen bátorságuk a gyerekeknek a céllal adekvát jelrendszer bevezetésére.

Alsó tagozaton az alábbi lejegyzési módokat alkalmazzuk leggyakrabban:

a) elempárok (hármasok stb.) felsorolása;

b) táblázatba rendezés;

c) ábrázolás gráffal: útdiagram, fadiagram, nyíldiagram.

Ezen lejegyzési módok mindegyikére találhatunk példát a feladatok megoldása kapcsán.

A KOMBINATORIKA ÉS A TANTERV

A kombinatorika, valószínűség, statisztika témakör feldolgozására az évi órakeret kb. 10%-a fordítható. Ez nem nagy időkeret ugyan, de sokan még ezt sem használják ki. Gyakran előforduló tervezési hiba, hogy a kombinatorikai feladatot tartalék feladatként tervezik be, s így gyakran nem fér be a 45 perces tanítási órába. Akik így terveznek, eleve megsértik azt a fontos tantárgypedagógiai elvet, hogy a matematika egységes egész. Ezen elvből adódik, hogy a nevelőnek törekednie kell az egyes témakörök összekapcsolására is. Ez általában könnyen megvalósítható a valószínűségszámítással, de a többi témakörrel is.

Az előbbinél is súlyosabb problémák mutatkoznak a követelmények terén. Sokan eléggé számtancentrikusan állítják össze a felmérések anyagát. Így a tanulói teljesítmények mérésénél nem veszik figyelembe ezt a témakört. A tanterv könnyebb megértése miatt célszerű lenne, ha a pedagógusok kiírnák maguknak a tananyagot, a minimális és optimális követelményeket. Így a tanterv „feltérképezve" állna előttük.

A 4. osztály tantervében kb. ilyen lenne a kombinatorika:

Tananyag (törzsanyag)	*Követelmények*	
Fadiagramok, útdigramok, táblázatos elrendezések készítése. Az összes lehetőség áttekintése. Egyszerű esetekben a talált lehetőségek rendszeres felírása számsorozattal, táblázattal.	Minimális: legyenek képesek problémák számadatainak sorozatba vagy táblázatba rendezésére	Optimális: egyszerűbb kombinatorikus esetekben törvényszerűségek megfogalmazása.

A következőkben, három egymásra épülő teljesítménybeli szintet vázolunk fel, amely tapasztalataink alapján jellemző a 6–10 éves tanulók kombinatorikai feladatok megoldásában nyújtott teljesítményére.

1. *Tapasztalatai szint.*

Fő ismertető jegye, hogy a lehetőségeket a tanulók mindenféle logikai rend nélkül sorolják fel: egy esetet, néhányat, mindet. Gyakran előfordul, hogy egy lehetőséget többször írnak le, illetve kihagynak lehetősége(ke)t. Ez a szint főleg 1. és 2. osztályban fordul elő, illetve a kombinatorikai tanulmányok kezdetén.

A pedagógus nevelőhatásának arra kell irányulnia, hogy valamilyen szempont alapján rendszerezzék a lehetőségeket.

2. *Rendszerezett felsorolás szintje.*

A tanuló képessé válik egyszerű matematikai modell megalkotására. A lehetőségeket betűzés esetén alfabetikus, számozás esetén növekvő vagy csökkenő sorrend szerint, grafikai modell esetén áttekinthető formában gráffal (fa-, út-, nyíldaigram), táblázattal adja meg. Alsó tagozaton kb. 3–4. osztályban találkoztunk ilyen jellegű feladatmegoldásokkal.

3. *Konkrét szabályok felfedezésének szintje.*

A lehetőségek egy részének, esetleg az összes megadása után képes a tanuló számtan nyelven is leírni a megoldást. Pl.: az 1; 2; 3; 4 számjegyekből képezzünk kétjegyű számokat. Hány különböző lehetőség van, ha ismétlődés nem lehet? A lehetőségek száma $4 \cdot 3 = 12$. 4. osztályban csak a jelesért várunk el ilyen törvényszerűségeket. Konkrét szabályok felfedezése elsősorban felső tagozatos tanulóktól várható el.

Az utóbbi évtized pedagógiai gyakorlata egyértelműen igazolta, hogy a fenti szinteket be kell járatnunk a tanulókkal, különben oktatásunk megalapozatlan lesz.

A MATEMATIKAI NYELV HASZNÁLATA

Az 1978-ban bevezetett tanterv fontos módszertani elvként jelöli meg, hogy a matematikatanítás a maga sajátos eszközeivel járuljon hozzá a tanulók anyanyelvi neveléséhez. Ki kell emelnünk a *szabatos fogalmazást*. Félreérthetőség esetén ellenpéldákkal mutassunk rá a pontos beszédmód fontosságára.

A kombináció és variáció fogalmak hétköznapi használata pontatlan. Ezért a pedagógusoknak fokozottan kell figyelnie ezek használatát. Ne mondjunk ilyeneket: „Írjátok fel az összes kombinációt!" Ti. lehet, hogy a feladatban nem kombinációk felírása kell, hanem valami más (pl. varáció, permutáció stb.). Érdemesebb az „Írjátok le az összes lehetőséget!" utasítást adni. Egy rosszul beidegzett szóhasználatot később szinte lehetetlen kijavítani, vagy legalábbis sok munkát igényel.

A tanulók gyakran mondják kombinatorikai feladatok kapcsán, hogy „nagyon sok" lehetőség van. Ez becslésnek nem fogadható el, mert semmitmondó, ti. mihez képest „nagyon sok".

A nevelőknek problémás lehet a feladatok megszövegezése. Ezekben a permutáció, variáció, kombináció szavakat mellőzni lehet, sőt kell is. A fenti kifejezések helyett a feladatok megszövegezésében érdemes lenne az alábbiakat használni:

permutáció = sorbarendezés;
kombináció = kiválasztás;
variáció = kiválasztás és sorbarendezés.

A fenti magyar kifejezések viszonylag jól kifejezik a matematikai lényeget is. (A permutáció, variáció, kombináció fogalmak bevezetésére csak a felső tagozaton kerülhet sor.)

IRODALOM

[1] A korszerű matematikatanítás néhány témaköre az általános iskolában. Módszertani Közlemények Könyvtára 5. Szeged
[2] Az általános iskolai oktatás és nevelés terve II. k. Tankönyvkiadó Bp., 1978.
[3] *Kemeny–Snell–Thompson:* A modern matematika alapjai. Műszaki Kiadó Bp., 1971.
[4] *Lovász–L. Vesztergombi–Pelikán:* Kombinatorika. Tankönyvkiadó Bp., 1970.
[5] Munkalapok, kézikönyvek a matematika tanításához
[6] *Varga Tamás:* Játsszunk matematikát! I–II. köt. Móra Kiadó Bp., 1972.
[7] *Vilenkin:* Kombinatorika. Műszaki Kiadó Bp., 1971.

MISKOLCZI JÓZSEFNÉ–SZÁNTÓ LAJOS
Szeged

Tapasztalatok az elektromosságtan 7. osztályban történő tanításáról

Az 1978-tól érvényes fizikatanterv szerint a 6. osztályban foglalkozunk az elektromos kölcsönhatással, a 7. osztály Az elektromos áram című témaköre pedig – módosításokkal, pl. elektrosztatikai ismeretekkel bővítve – az előző tanterv 8. osztályos